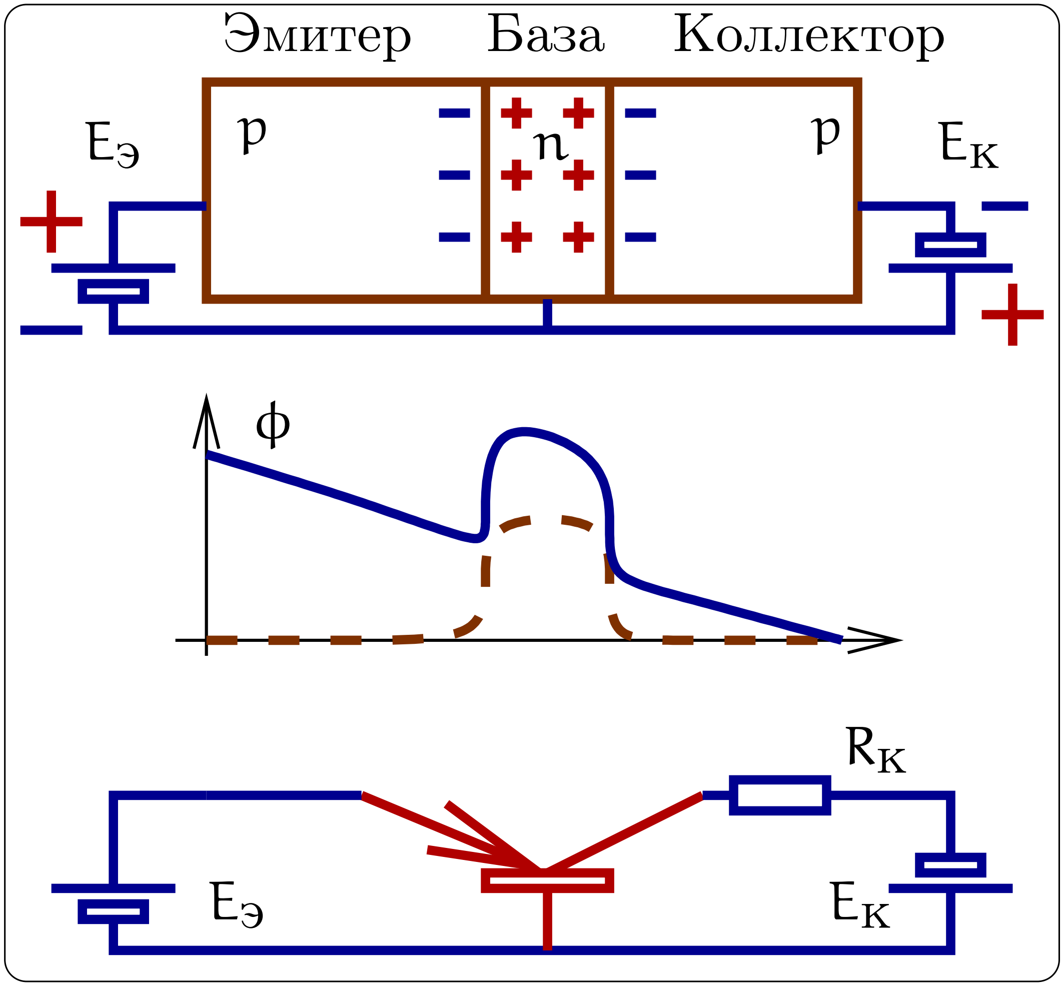
Биполярный транзистор

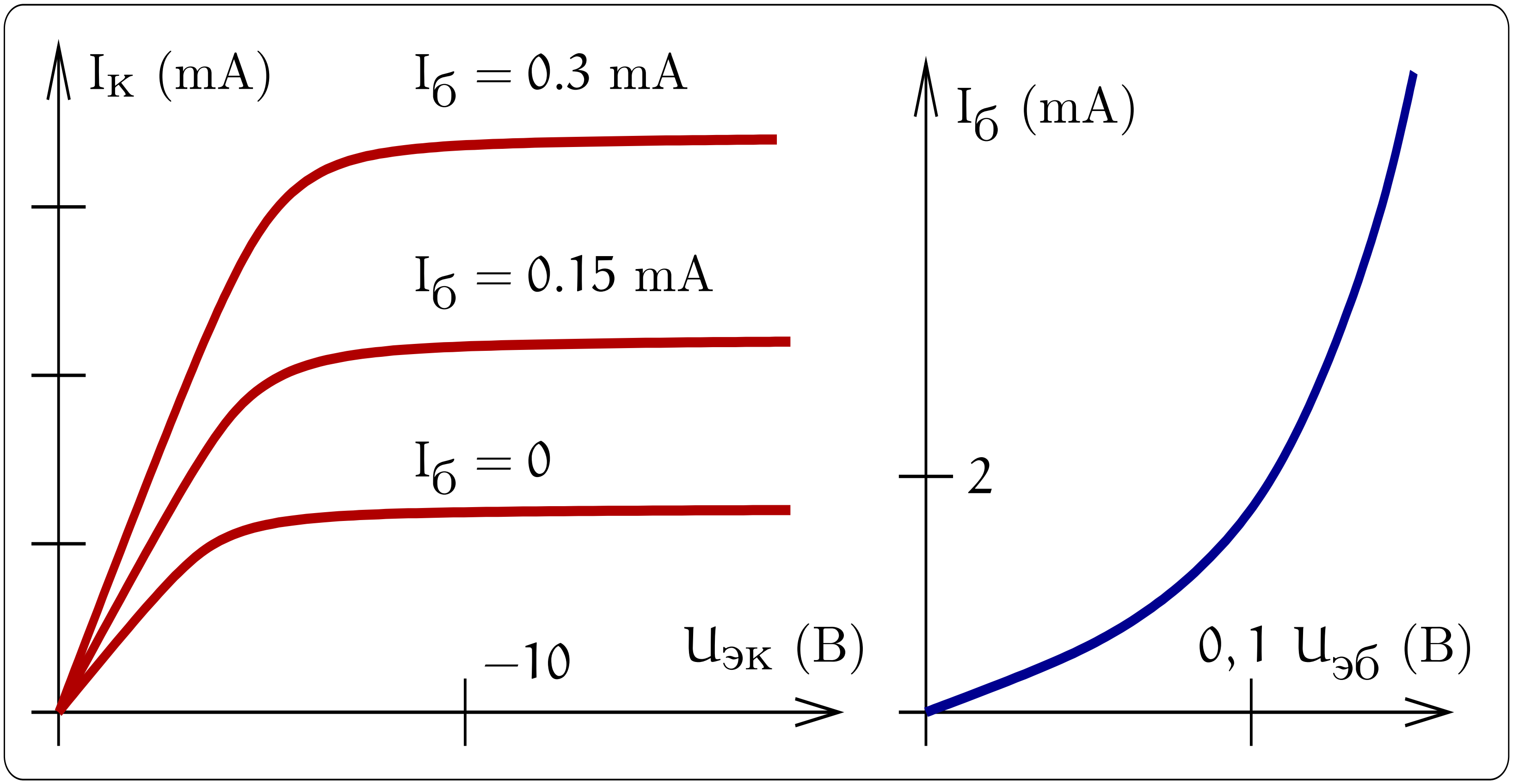


1). $+E_э$ — понижение потенц. барьера

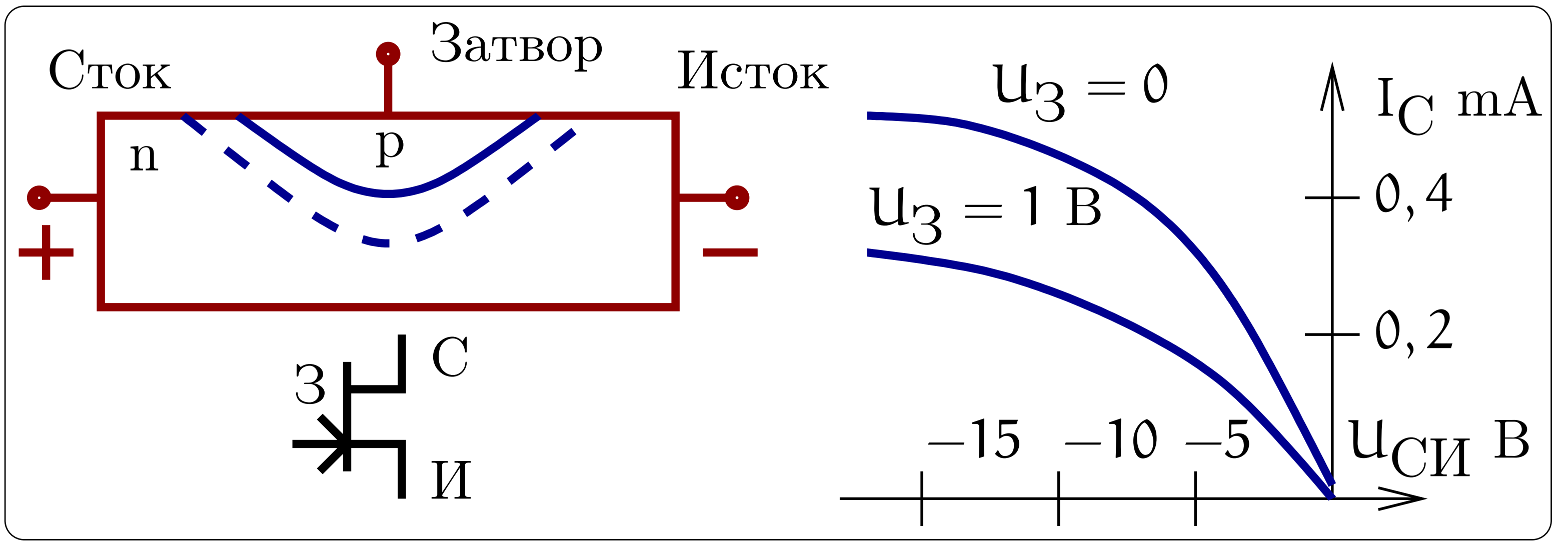
2). Толщина базы $\ll$ диффузионной длины

3). $I_б \ll I_э, I_к$, $I_э \simeq I_к$, — дырки "промахиваясь" (не рекомбинируя) достигают коллектора.

Характеристики биполярного транзистора



Полевой транзистор (FET)

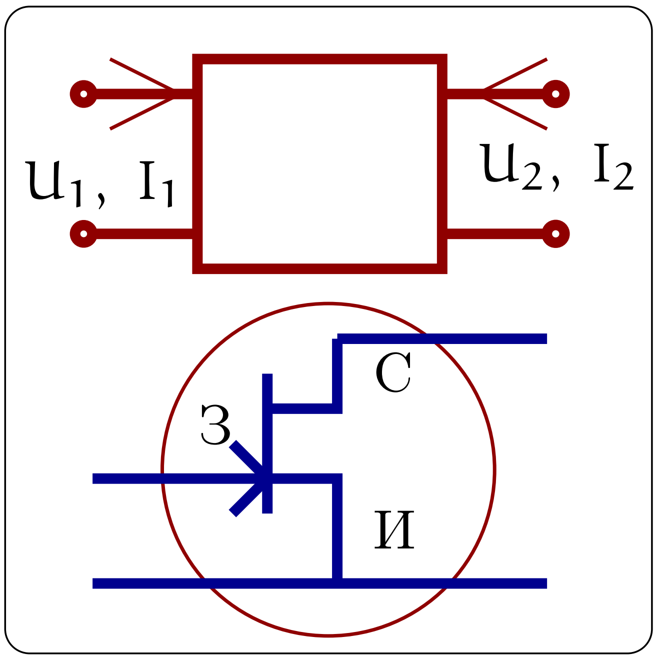


$$S_{\text{дифф}} = -\frac{\partial I_C}{\partial U_{ЗИ}} \simeq 0,2\ \frac{\text{mA}}{\text{В}},$$

$$R_{\text{вх}} = R_{ЗИ} = \frac{\partial U_{ЗИ}}{\partial I_З} \simeq 10^8 \ldots 10^{12}\ \text{Ом},$$

$$R_{СИ} \simeq 10^4\ \text{Ом}, \quad f = 0 \ldots 200 \cdot 10^9\ \text{Гц}$$

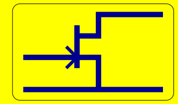
Транзистор как четырехполюсник



$$U_1 = H_{11} I_1 + H_{12} U_2,$$
$$I_2 = H_{21} I_1 + H_{22} U_2,$$

Дифференциальные параметры:

$$\Delta U_1 = \left.\frac{\partial U_1}{\partial I_1}\right|_{\Delta U_2 = 0} \Delta I_1 + \left.\frac{\partial U_1}{\partial U_2}\right|_{\Delta I_1 = 0} \Delta U_2,$$
$$\Delta I_2 = \left.\frac{\partial I_2}{\partial I_1}\right|_{\Delta U_2 = 0} \Delta I_1 + \left.\frac{\partial I_2}{\partial U_2}\right|_{\Delta I_1 = 0} \Delta U_2,$$

Н - параметры для полевого транзистора 

$$\Delta U_З = \underbrace{\left.\frac{\partial U_З}{\partial I_З}\right|_{\Delta U_C=0}}_{R_{ЗИ}\simeq 10^8\ldots 10^{12}\ \Omega} \Delta I_З + \underbrace{\left.\frac{\partial U_З}{\partial U_C}\right|_{\Delta I_З=0}}_{\simeq 0} \Delta U_C,$$

$$\Delta I_C = \underbrace{\left.\frac{\partial I_C}{\partial I_З}\right|_{\Delta U_C=0}}_{\simeq 10^9} \Delta I_З + \underbrace{\left.\frac{\partial I_C}{\partial U_C}\right|_{\Delta I_З=0}}_{1/R_C\simeq 1/10^4\ См} \Delta U_C,$$

$$\frac{\partial I_C}{\partial I_З} = \frac{\partial I_C}{\partial U_З} \times \frac{\partial U_З}{\partial I_З} = S R_{ЗИ} \simeq 10^{-3} \times 10^{12} = \mathbf{10^9}\ (!)$$

Усиление по току в 10^9 раз !

$$\frac{\partial U_C}{\partial U_З} = \frac{\Delta I_C\, R_{СИ}}{\Delta I_З\, R_{ЗИ}} \simeq 10^9 \times \frac{10^4}{10^8 \ldots 10^{12}} \simeq \mathbf{10 \ldots 10^5}$$

Усиление электрических сигналов

Классификация:

- Постоянного тока (напряжения).
- Переменного тока (напряжения).
- Узкополосные.
- Широкополосные.
- Импульсные.
- Операционные.
- Сверхвысокочастотные.

K — коэффициент усиления (передачи)

$$\mathsf{K} = \frac{\mathsf{U}_{\text{вых}}}{\mathsf{U}_{\text{вх}}} \text{ — определение}$$

$$\tilde{\mathsf{K}}(\omega) = \frac{\mathsf{U}_{\text{вых}}(\omega)}{\mathsf{U}_{\text{вх}}(\omega)} \text{ — частотная зависимость}$$

$|\tilde{\mathsf{K}}(\omega)|$ — амплитудно-частотная характеристикаа,

$\arg(\tilde{\mathsf{K}}(\omega))$ — фазово-частотная характеристика,

$\mathsf{K}(\mathsf{U}_{\text{вх}})$ — амплитудная хар-ка (учет нелинейности)

Децибеллы:

$$
\begin{aligned}
N &= 10\,\log\frac{W_{\text{вых}}}{W_{\text{вх}}} = 20\,\log\frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}},\\
K &= \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}},
\end{aligned}
$$

Примеры:

$$
K = 100, \quad \Rightarrow \quad N = 40 \text{ Дб},
$$

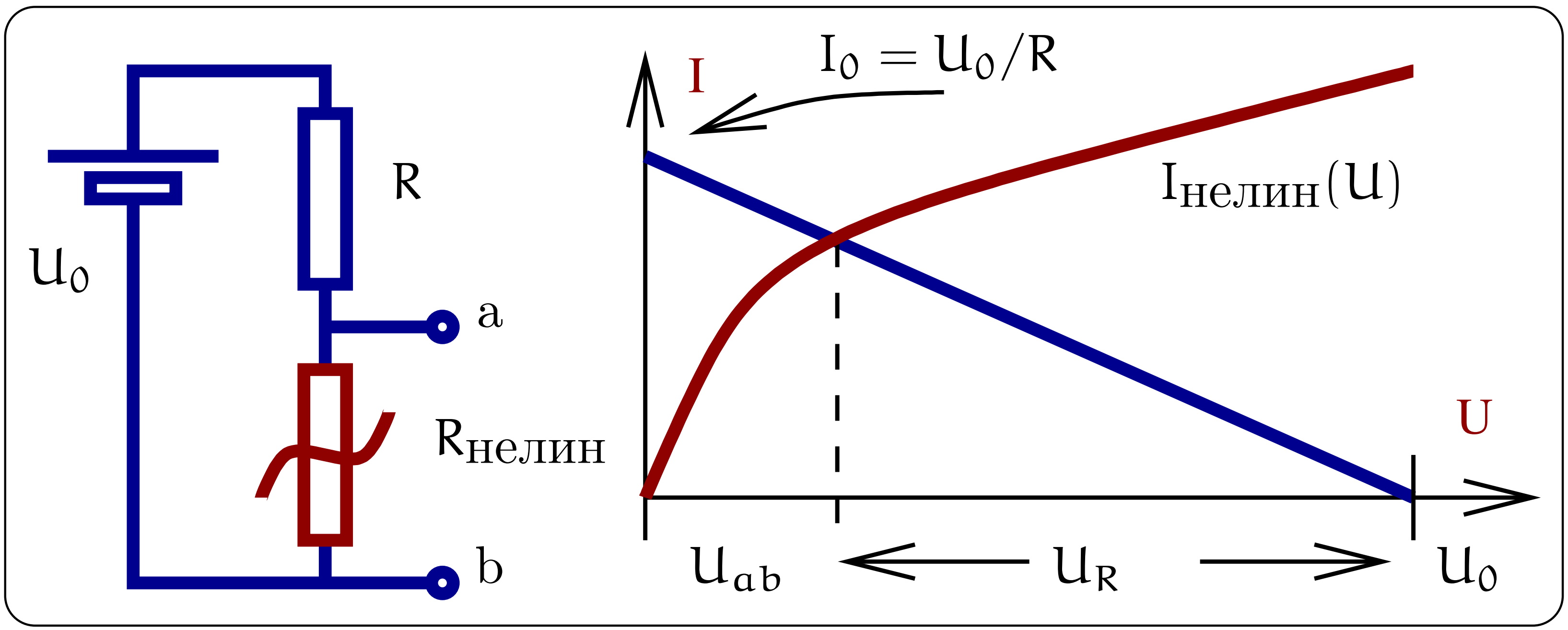
Каскад усилителей:

$$
\begin{aligned}
K_\Sigma &= K_1 \times K_2 \times K_3,\\
N_\Sigma &= N_1 + N_2 + N_3,
\end{aligned}
$$

Расчет цепи с нелинейным сопротивлением $R_{\text{нелин}}$

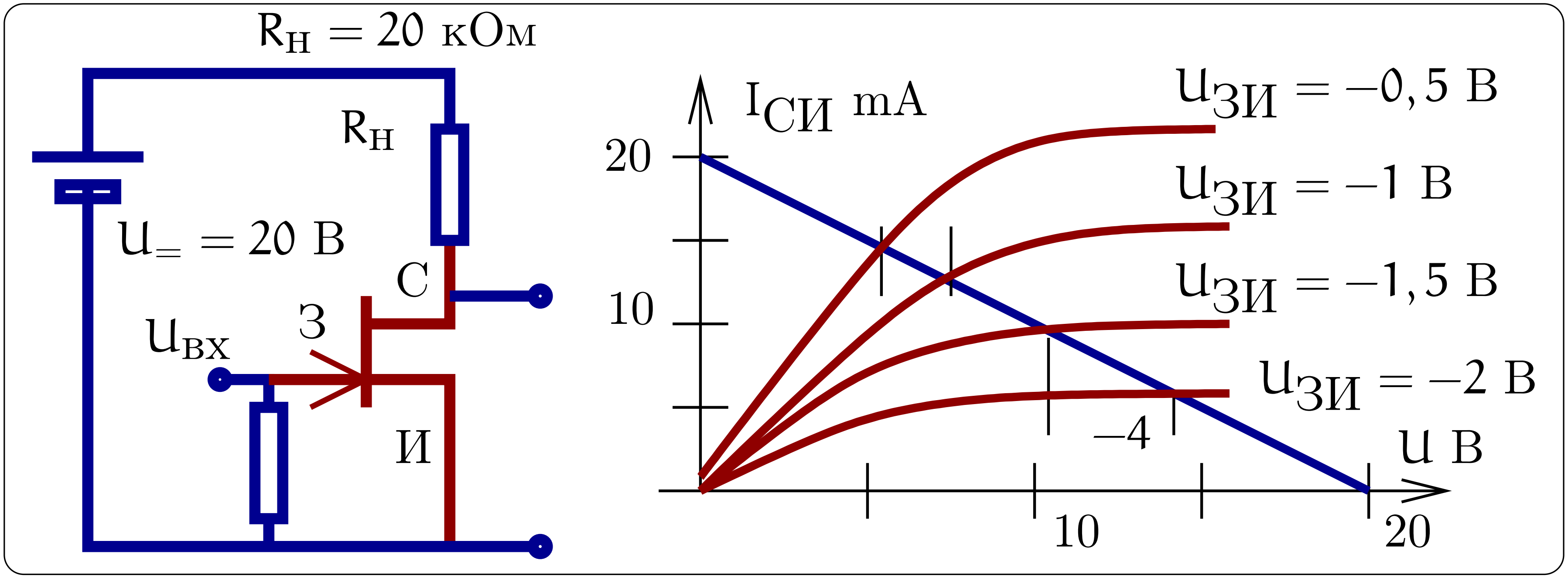
Нелинейная характеристика $I_{\text{нелин}}(U)$ известна.

$$I_{\text{нелин}}(U_{ab}) = (U_0 - U_{ab})/R$$



Транзистор — нелинейное сопротивление, управляемое напряжением на затворе (или базе).

Графический расчет статического K



$$K_U = \frac{\Delta U_{СИ}}{\Delta U_{ЗИ}} = \frac{-4\ В}{0,5\ В} = -8, \quad U_З = -2\ В$$

Инвертирующий усилитель $\Rightarrow$ знак K_U **отрицательный**.

Из графика видны нелинейные искажения $\Rightarrow$ $K_U(U_{ЗИ})$.

При $\Delta U_{ЗИ} = -1$ В коэффициент усиления **меньше:** $K_U \simeq -4$.

Расчет коэффициента усиления по току и по мощности

Примем $R_{\text{ВХ}} = 10^7$ Ом, тогда из графика получаем

$$\Delta I_{\text{ВХ}} \simeq \frac{0,5\ \text{В}}{10^7\ \Omega} = 5 \cdot 10^{-8}\ A$$

$\Delta I_{\text{СИ}} = 5$ мА (см. график). Следовательно,

$$\begin{aligned} K_I &= \frac{\Delta I_{\text{СИ}}}{\Delta I_{\text{ВХ}}} = 10^5. \\ K_W &= \frac{\Delta I^2_{\text{СИ}} R_{\text{Н}}}{\Delta I^2_{\text{ВХ}} R_{\text{ВХ}}} = K_I^2 \frac{R_{\text{Н}}}{R_{\text{ВХ}}} \simeq 10^{10} \times \frac{10^3}{10^7} \simeq 10^6. \end{aligned}$$

Аналитический расчет

$$\Delta U_{=} = 0 = R_{\text{н}} \Delta I_{\text{вых}} + \Delta U_{\text{вых}} \;\Rightarrow\; \Delta I_{\text{вых}} = -\frac{\Delta U_{\text{вых}}}{R_{\text{н}}} \qquad (1)$$

$$\Delta I_{\text{вых}} = \underbrace{\frac{\partial I_{\text{вых}}}{\partial U_{\text{вх}}}}_{S} \Delta U_{\text{вх}} + \underbrace{\frac{\partial I_{\text{вых}}}{\partial U_{\text{вых}}}}_{1/R_i} \Delta U_{\text{вых}} \qquad (2)$$

Напоминание: крутизна $S = \frac{\Delta I_{\text{си}}}{\Delta U_{\text{зи}}}$. Подставляем (1) $\to$ (2):

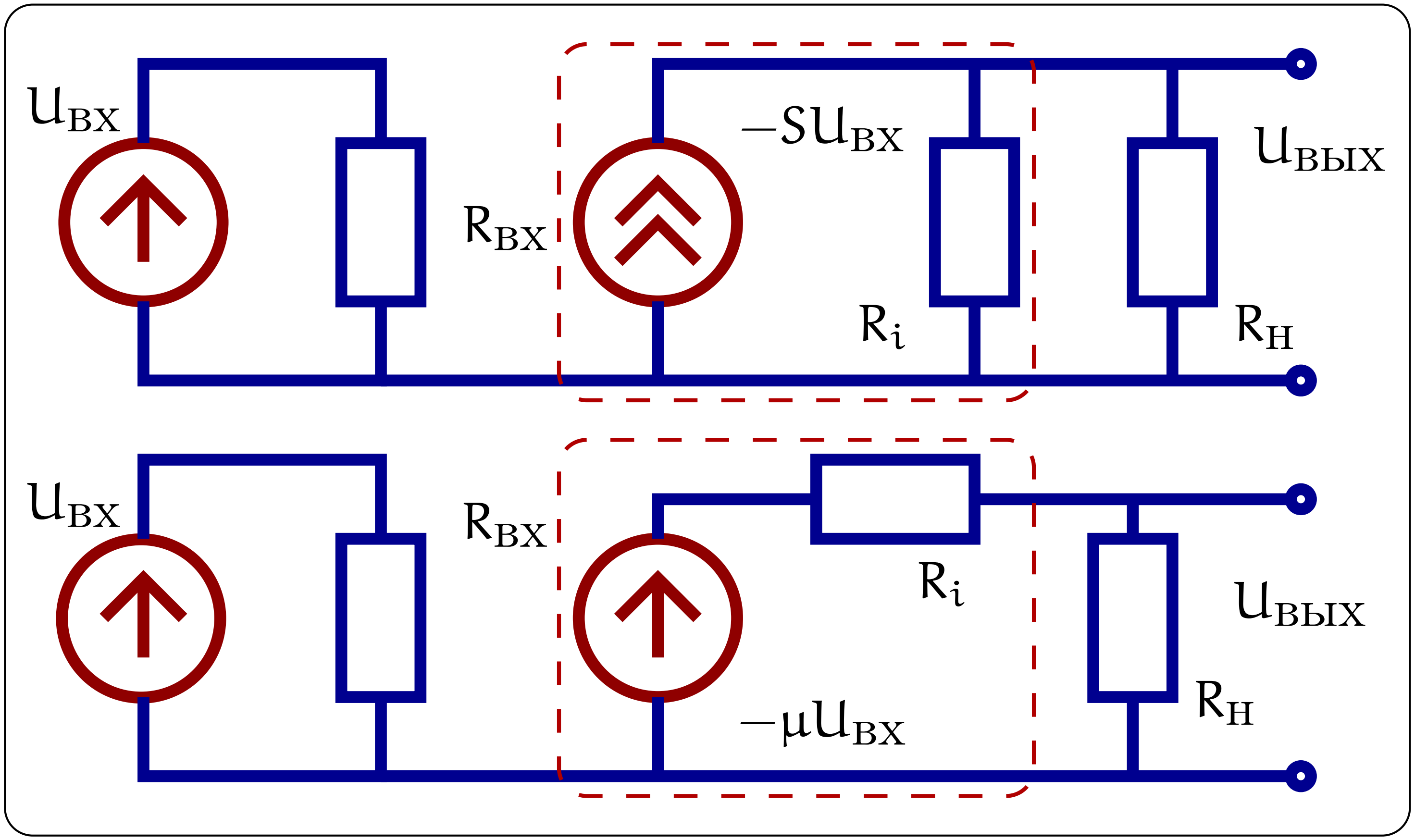
$$\frac{-\Delta U_{\text{вых}}}{R_{\text{н}}} = S \Delta U_{\text{вх}} + \frac{\Delta U_{\text{вых}}}{R_i},$$

$$K_U = \frac{\Delta U_{\text{вых}}}{\Delta U_{\text{вх}}} = -S \cdot \frac{R_{\text{н}} R_i}{R_{\text{н}} + R_i} = -\underbrace{S R_i}_{\mu} \cdot \frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{н}} + R_i}$$

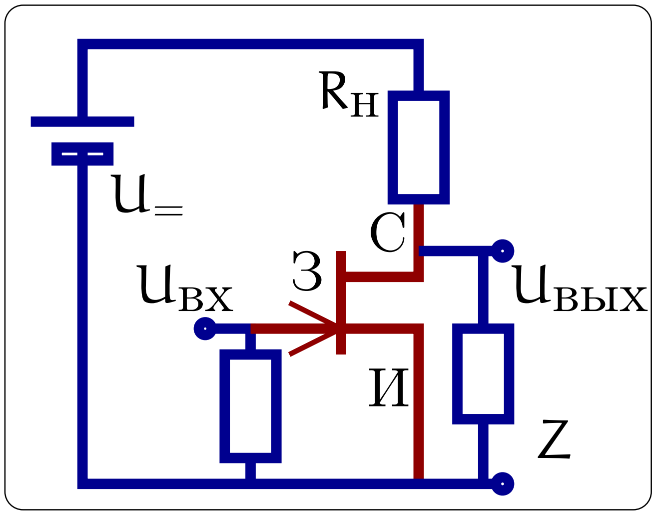
$\mu = S R_i$. При $R_i \gg R_{\text{н}}$ имеем $K_U \simeq -S R_{\text{н}} \simeq -S Z_{\text{н}}(\omega)$. Величины S и R_i не постоянны, а зависят от выбора “рабочей точки”.

Эквивалентные схемы усилителя

$$\Delta U_{\text{вых}} = -S\,\Delta U_{\text{вх}} \times \frac{R_{\text{н}} R_i}{R_{\text{н}} + R_i} = -\mu\,\Delta U_{\text{вх}} \times \frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{н}} + R_i}$$



Расчет простого усилителя



$$0 = R_Н \Delta I_{ВЫХ} + \Delta U_{ВЫХ} \tag{3}$$

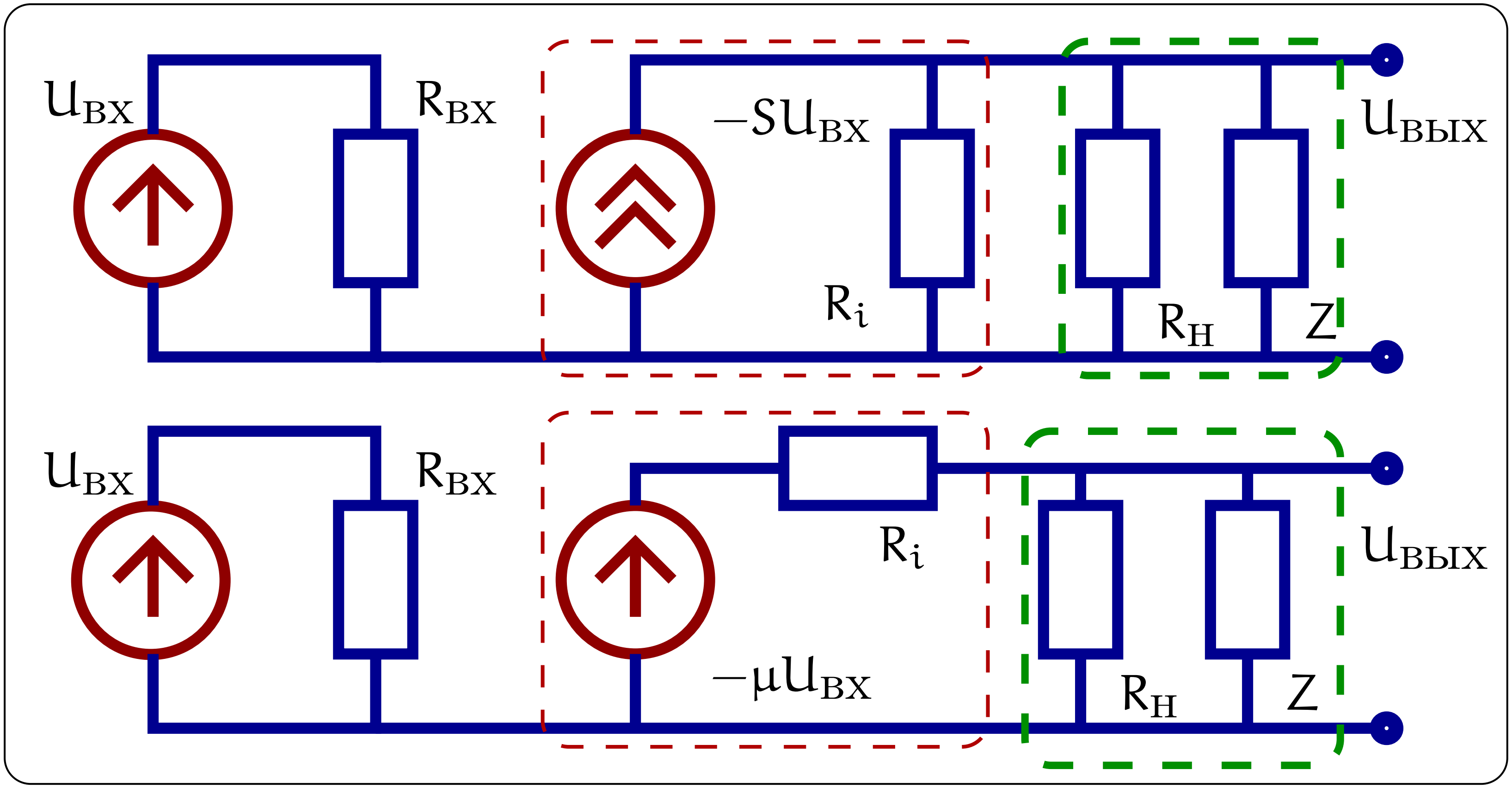
$$\Delta I_{ВЫХ} = S\Delta U_{ВХ} + \frac{\Delta U_{ВЫХ}}{R_i} + \frac{\Delta U_{ВЫХ}}{Z} \tag{4}$$

Подставляя (3) в (4) получаем:

$$S\Delta U_{ВХ} = -\Delta U_{ВЫХ}\left(\frac{1}{R_Н} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{Z}\right), \tag{5}$$

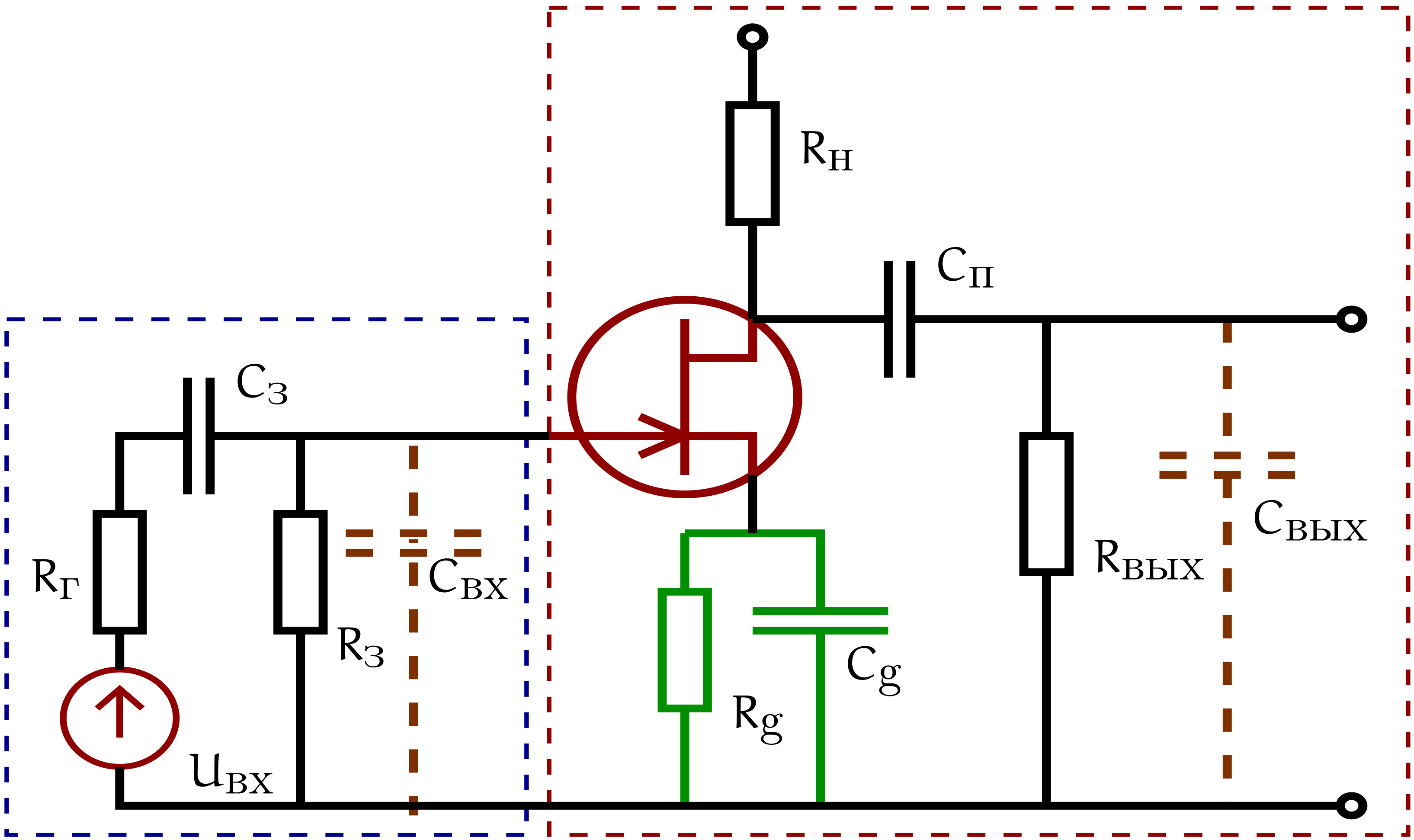
$$SR_i\Delta U_{ВХ} = \mu\Delta U_{ВХ} = -\Delta U_{ВЫХ} \times \frac{R_= + R_i}{R_=}, \quad \frac{1}{R_=} = \frac{1}{R_Н} + \frac{1}{Z} \tag{6}$$

Это соответствует эквивалентным схемам:



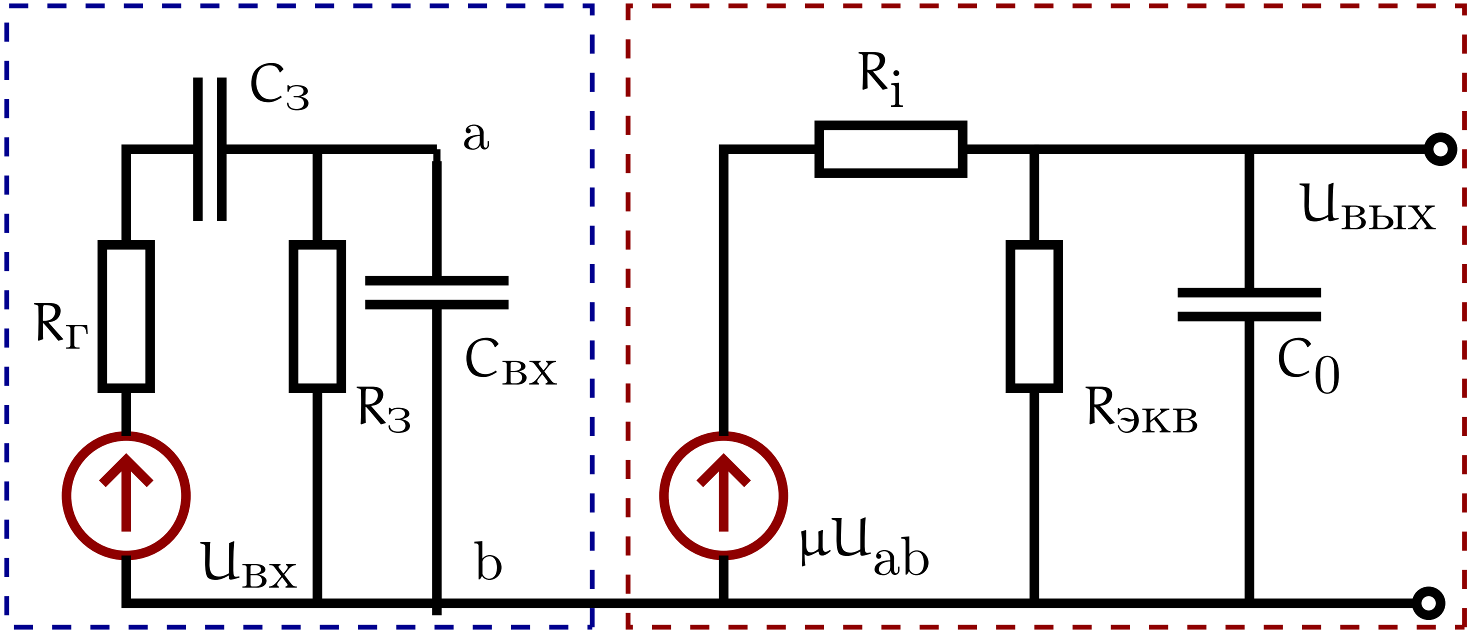
Сопротивления $R_{\text{н}}$ и Z включены **параллельно (!)**

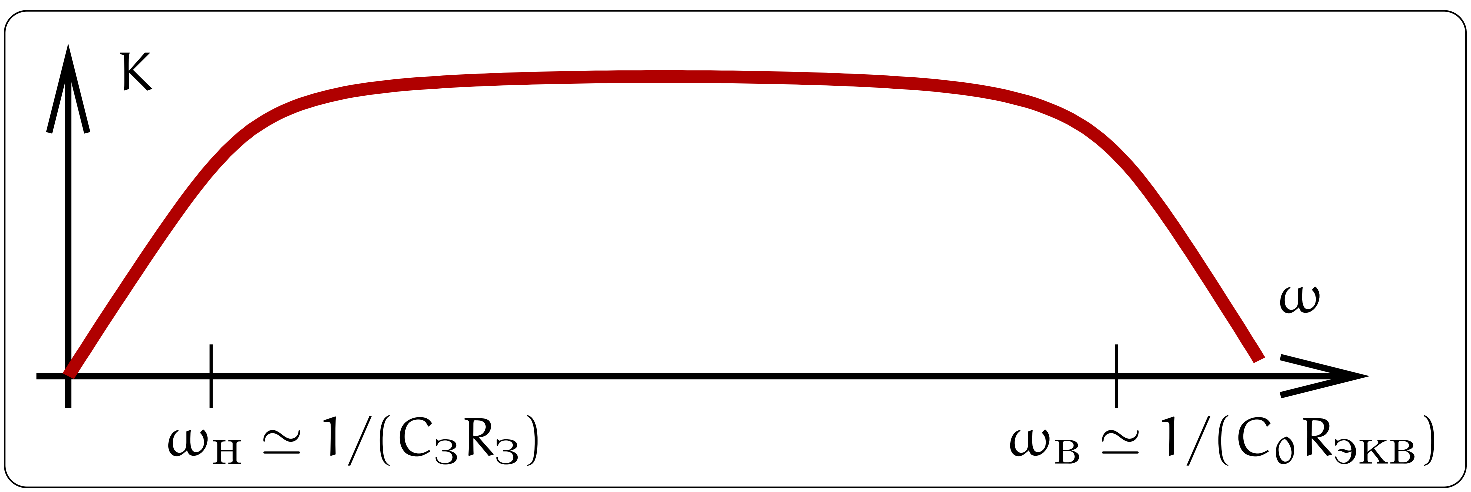
Усилитель переменного напряжения на сопротивлениях



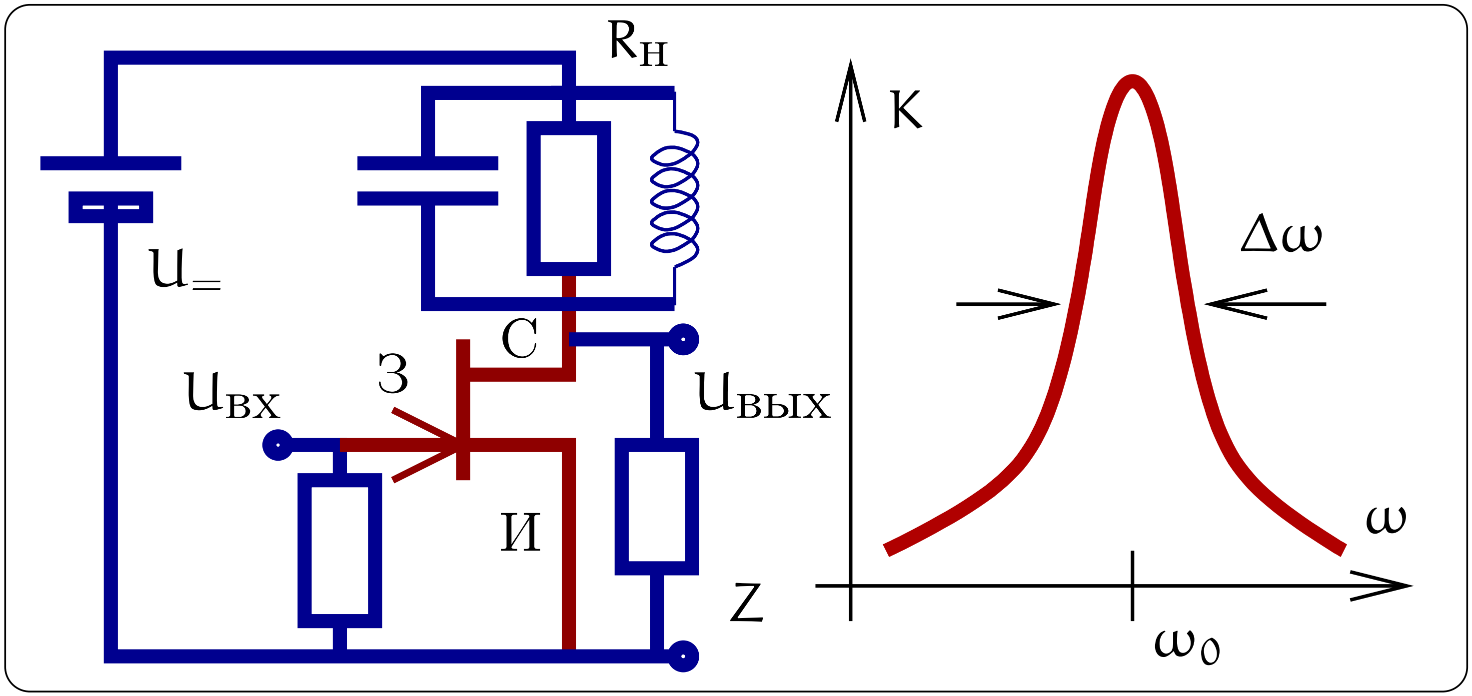
$C_{вх}$, $C_{вых}$ — паразитные емкости.

Эквивалентная схема





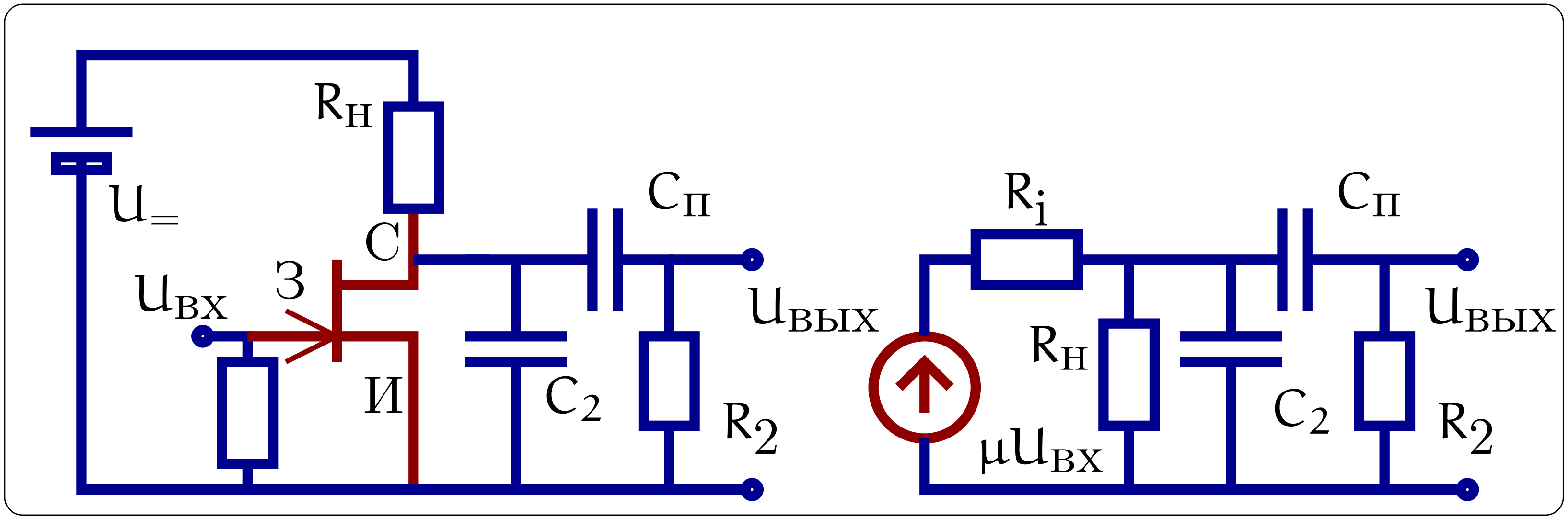
Резонансный усилитель

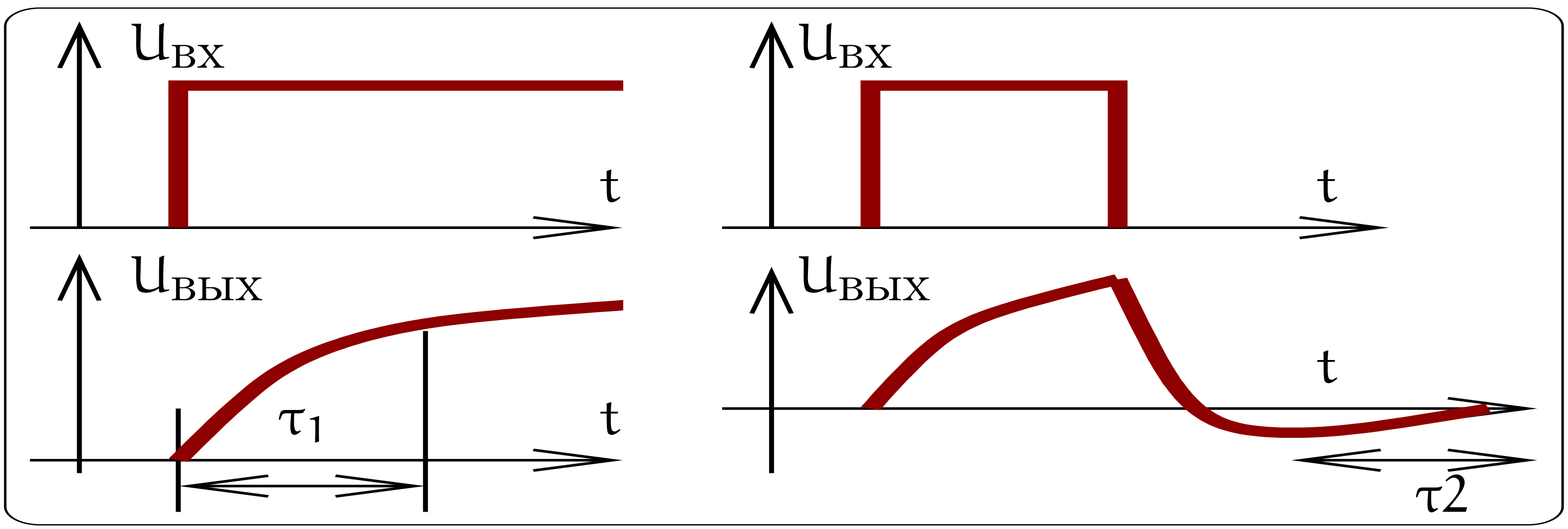


Если $R_н \ll R_i,\ Z$, то

$$\Delta\omega \simeq \frac{\omega_0}{Q}, \quad Q = R_н\sqrt{\frac{C}{L}}$$

Переходная характеристика усилителя



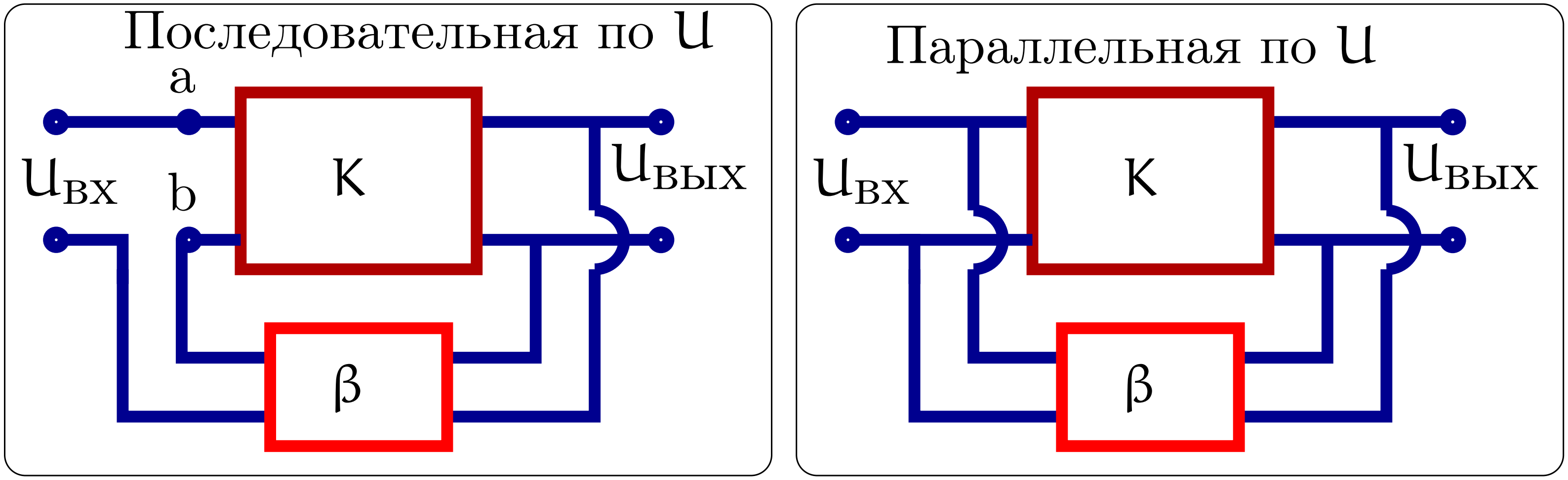


Время τ_1 определяет быстродействие.

Это важно в радиолокации ($c\tau_1$ – эквивалентная длина), в ядерной физике (схема совпадений) и др.

$$
\begin{aligned}
U_{\text{вх}} &= \mathcal{H}(t), \quad \Rightarrow \quad U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}}\, SR_0 \left(1 - e^{-t/\tau_1}\right),\\
\tau_1 &= C_2 R_0 = C_2\, \frac{R_2 R_{\text{н}}}{R_2 + R_{\text{н}}} \simeq R_{\text{н}} C_2,\\
\tau_2 &= R_{\text{н}} C_{\text{п}}, \qquad \tau_2 \gg \tau_1, \quad (C_{\text{п}} \gg C_2),
\end{aligned}
$$

Обратные связи в усилителях



Для последовательной по напряжению обратной связи:

$$\begin{aligned} U_{ab} &= U_{вх} + \beta U_{вых}, \\ U_{вых} &= K\, U_{ab}, \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
U_{ab} &= U_{\text{вх}} + \beta U_{\text{вых}}, \quad U_{\text{вых}} = K\,U_{ab},\\
K_\beta &= \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{ab} - \beta U_{\text{вых}}} = \frac{K(\omega)}{1-\beta(\omega)K(\omega)}.\\
K(\omega) &= K_0(\omega)e^{i\phi_k(\omega)}, \quad \beta(\omega) = \beta_0(\omega)e^{i\phi_\beta(\omega)},\\
a) &\qquad \phi_k + \phi_\beta = 0 \quad \Rightarrow \quad |K_\beta| = \frac{K_0}{1-\beta_0 K_0},\\
b) &\qquad \phi_k + \phi_\beta = \pi \quad \Rightarrow \quad |K_\beta| = \frac{K_0}{1+\beta_0 K_0}
\end{aligned}
$$

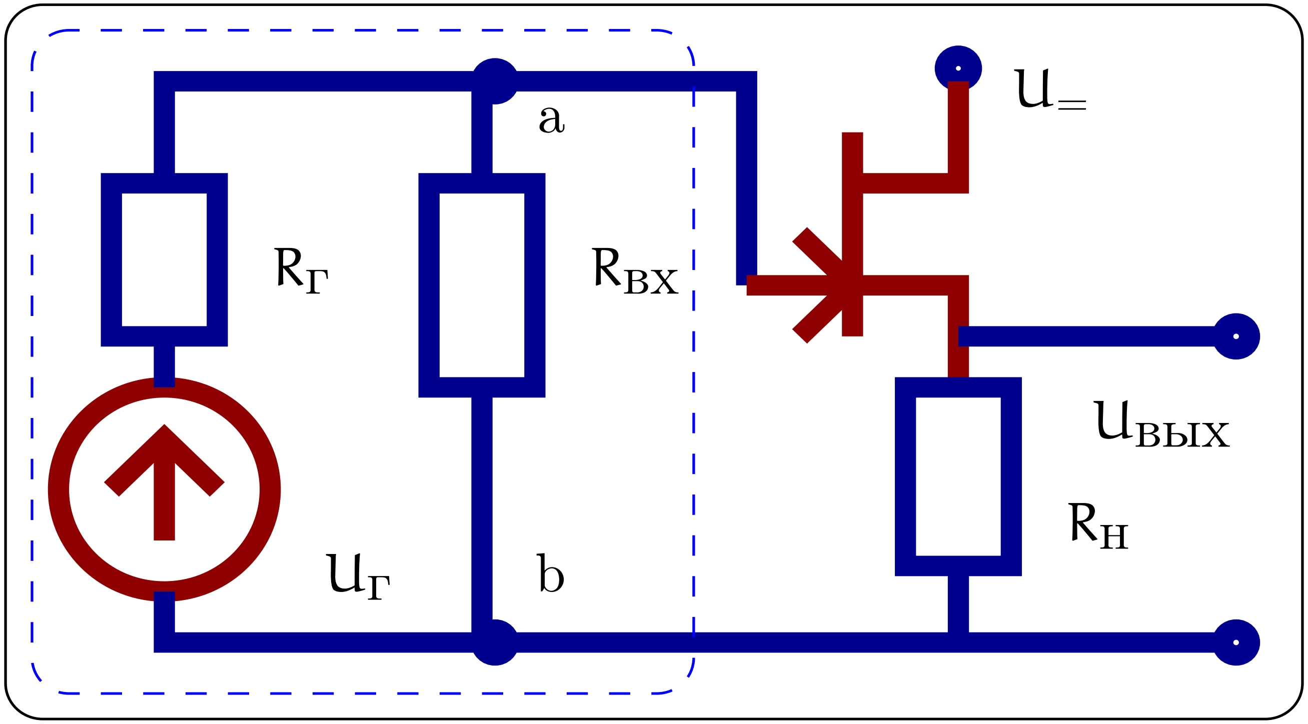
(a) — **положительная** обратная связь,

(b) — **отрицательная** обратная связь.

$$
\text{Если } K_0\beta_0 \gg 1, \quad \text{то } K_\beta \simeq \frac{-1}{\beta(\Omega)}
$$

Истоковый (эмитерный, катодный) повторитель

Еще один пример устройства с обратной связью



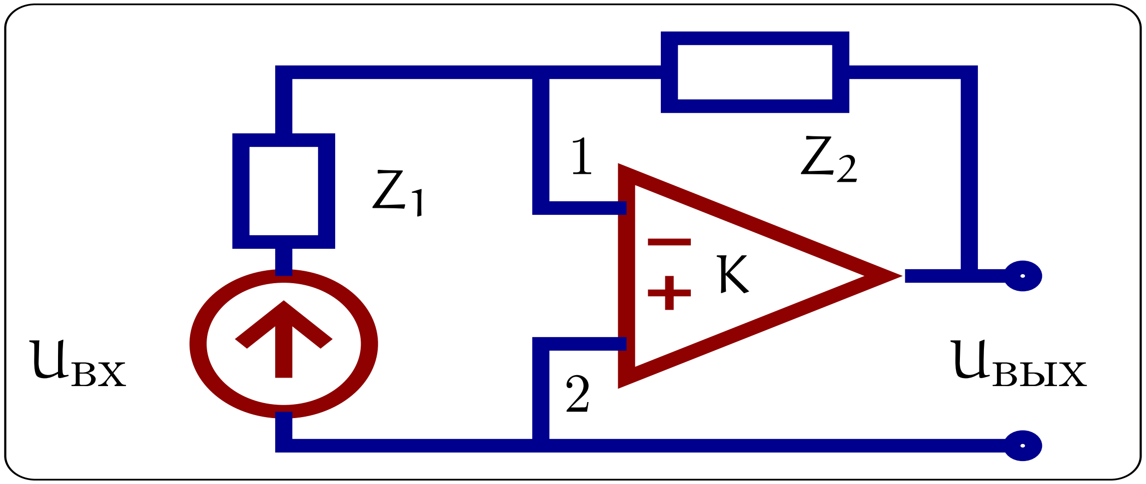
$$R_\text{г} \ll R_\text{вх} \Rightarrow \Delta U_{ab} \simeq U_\text{г}, \quad R_\text{вх} \gg R_\text{н},$$

$$\Delta U_\text{ЗИ} = \Delta U_{ab} - R_\text{н}\Delta I_\text{СИ} = \Delta U_{ab} - R_\text{н} S \Delta U_\text{ЗИ}$$

$$
\begin{aligned}
R_{\text{г}} &\ll R_{\text{вх}} \Rightarrow \Delta U_{ab} \simeq U_{\text{г}}, \qquad R_{\text{вх}} \gg R_{\text{н}}, \\
\Delta U_{\text{ЗИ}} &= \Delta U_{ab} - R_{\text{н}} \Delta I_{\text{СИ}} = \Delta U_{ab} - R_{\text{н}} S \Delta U_{\text{ЗИ}}, \\
\Delta U_{\text{ЗИ}} &= \frac{\Delta U_{ab}}{1 + R_{\text{н}} S}, \\
\Delta U_{\text{вых}} &= R_{\text{н}} I_{\text{СИ}} = R_{\text{н}} S \Delta U_{\text{ЗИ}} = \Delta U_{ab} \frac{R_{\text{н}} S}{1 + R_{\text{н}} S} \simeq \Delta U_{ab}, \\
K_U &= \mathbf{\frac{\Delta U_{\text{вых}}}{\Delta U_{\text{вх}}} \simeq \frac{R_{\text{н}} S}{1 + R_{\text{н}} S} \leq 1}, \\
K_I &= \mathbf{\frac{\Delta I_{\text{вых}}}{\Delta I_{\text{вх}}} = K_U \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{н}}} \gg 1}
\end{aligned}
$$

Устройство для согласования сопротивлений.

Инвертирующий усилитель: $K < 0$



Выражаем ток I в цепи ОС и $U_{вых}$ через напряжение U_{12}:

$$I = \frac{U_{вых} - U_{вх}}{Z_1 + Z_2}, \quad U_{12} = U_{вх} + IZ_1, \quad \boxed{U_{вых} = -KU_{12}},$$

$$\frac{-U_{вых}}{K} = U_{вх} + \frac{U_{вых} - U_{вх}}{Z_1 + Z_2} Z_1,$$

$$-\frac{U_{вых}}{K}\left(1 + \frac{KZ_1}{Z_1 + Z_2}\right) = U_{вх}\left(\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)$$

Коэффициент усиления K_β:

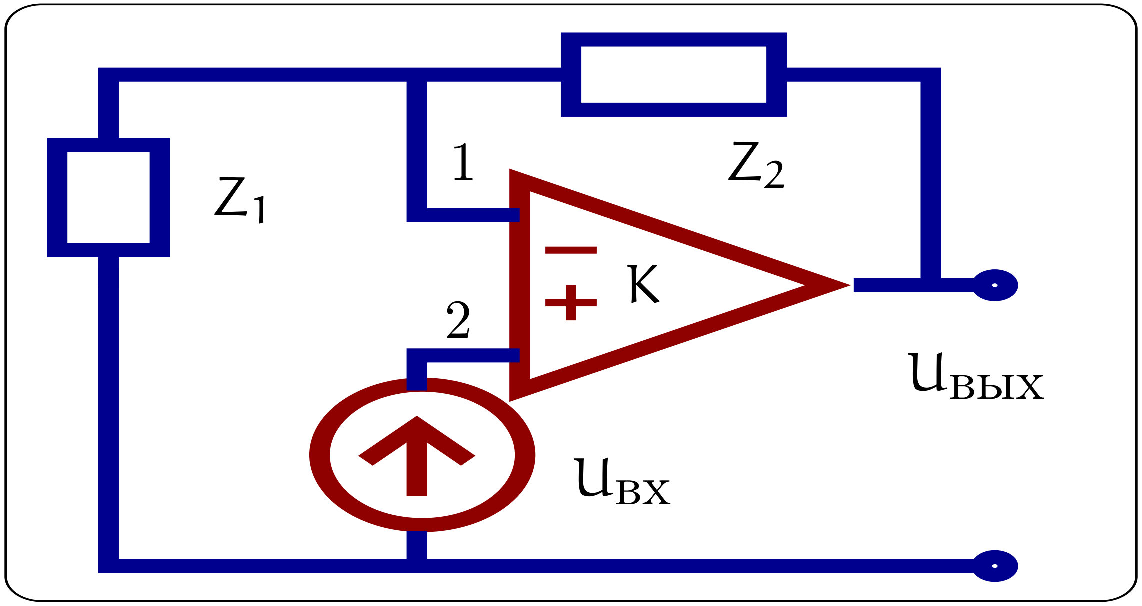
$$K_\beta \quad = \quad \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = -\,\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\Big/\left(\frac{1}{K}+\frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\right),$$

$$\boxed{K_\beta \simeq -\frac{Z_2}{Z_1} \quad \text{при} \quad K\to\infty.}$$

Знак K_β отрицательный — **инвертирующий** усилитель.

Манипулируя частотными зависимостями $Z_1(\omega)$ и $Z_2(\omega)$ можно получать нужные величины коэффициента усиления и рабочей полосы усилителя.

Неинвертирующий усилитель: $K > 0$



$$I = \frac{U_{вых}}{Z_1 + Z_2}, \quad \frac{-U_{вых}}{K} = U_{12} = +\frac{U_{вых} Z_1}{Z_1 + Z_2} - U_{вх},$$

$$U_{вх} = U_{вых}\left(\frac{1}{K} + \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\right)$$

Коэффициент усиления K_β

$$I = \frac{U_{\text{вых}}}{Z_1+Z_2}, \qquad \frac{-U_{\text{вых}}}{K} = U_{12} = +\frac{U_{\text{вых}} Z_1}{Z_1+Z_2} - U_{\text{вх}},$$

$$U_{\text{вх}} = U_{\text{вых}}\left(\frac{1}{K} + \frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\right)$$

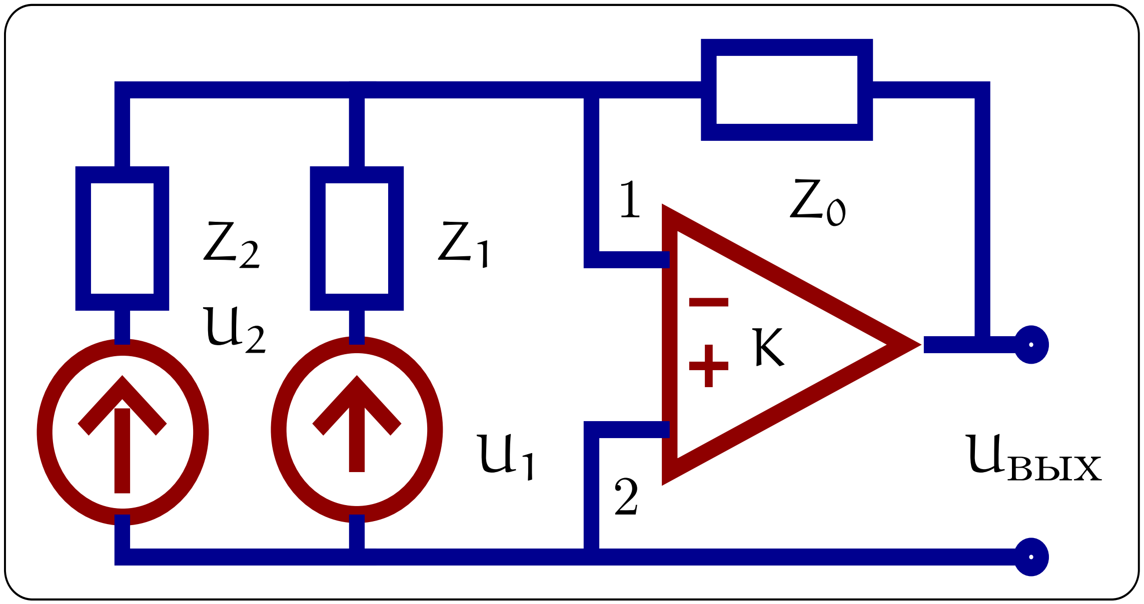
Из последнего соотношения находим коэффициент усиления K_β:

$$K_\beta = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = 1 \Big/ \left(\frac{1}{K} + \frac{Z_1}{Z_1+Z_2}\right).$$

$$\boxed{K_\beta \simeq \frac{Z_1+Z_2}{Z_1}, \quad \text{при} \quad K \to \infty.}$$

Знак K_β положительный — **неинвертирующий** усилитель.

Сумматор



Определим токи I_1 и I_2 и выразим $U_{\text{вых}}$:

$$U_{12} \quad = \quad U_1 + I_1 Z_1, \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{U_{12} - U_1}{Z_1},$$

$$U_{12} \quad = \quad U_2 + I_2 Z_2, \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{U_{12} - U_2}{Z_2},$$

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \frac{U_{12}-U_1}{Z_1}, \qquad I_2 = \frac{U_{12}-U_2}{Z_2},\\
U_{\text{вых}} &= U_{12} + (I_1+I_2)Z_0 =\\
&= U_{12} + \left(\frac{U_{12}-U_1}{Z_1} + \frac{U_{12}-U_2}{Z_2}\right) Z_0,\\
U_{\text{вых}} &= U_{12}\left(1+\frac{Z_0}{Z_1}+\frac{Z_0}{Z_2}\right) - Z_0\left(\frac{U_1}{Z_1}+\frac{U_2}{Z_2}\right).
\end{aligned}
$$

Используем $U_{\text{вых}} = -KU_{12}$ и возьмем предел $K \to \infty$:

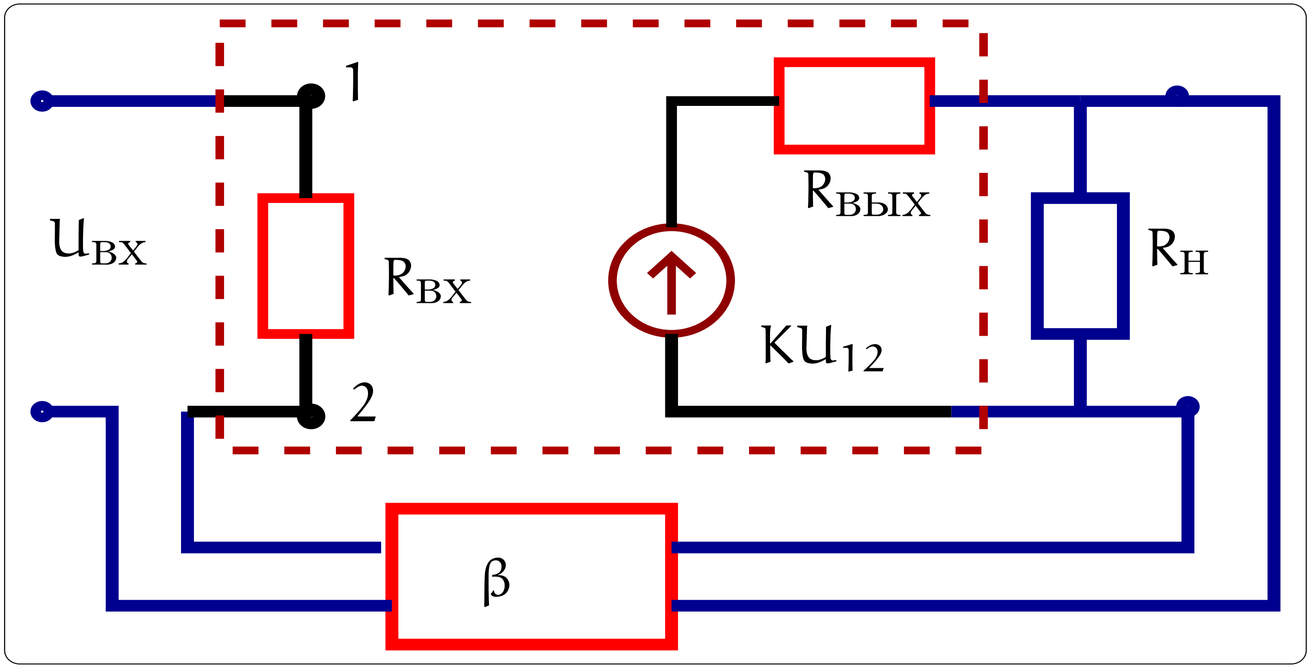
$$
U_{\text{вых}}\left(1+\frac{1}{K}\left(1+\frac{Z_0}{Z_1}+\frac{Z_0}{Z_2}\right)\right) = -Z_0\left(\frac{U_1}{Z_1}+\frac{U_2}{Z_2}\right),
$$

$$
U_{\text{вых}} \simeq -Z_0\left(\frac{U_1}{Z_1}+\frac{U_2}{Z_2}\right), \quad \text{если} \quad K \to \infty
$$

Взвешенная сумма от входных напряжений.

Очевидно обобщение: $\mathbf{U_{\text{вых}} \simeq -Z_0 \sum_n U_n/Z_n}$

Входное сопротивление в усилителе с ОС



$$\text{Без обратной связи:}\quad R_{\text{ВХ}} = \frac{U_{\text{ВХ}}}{I_{\text{ВХ}}}$$

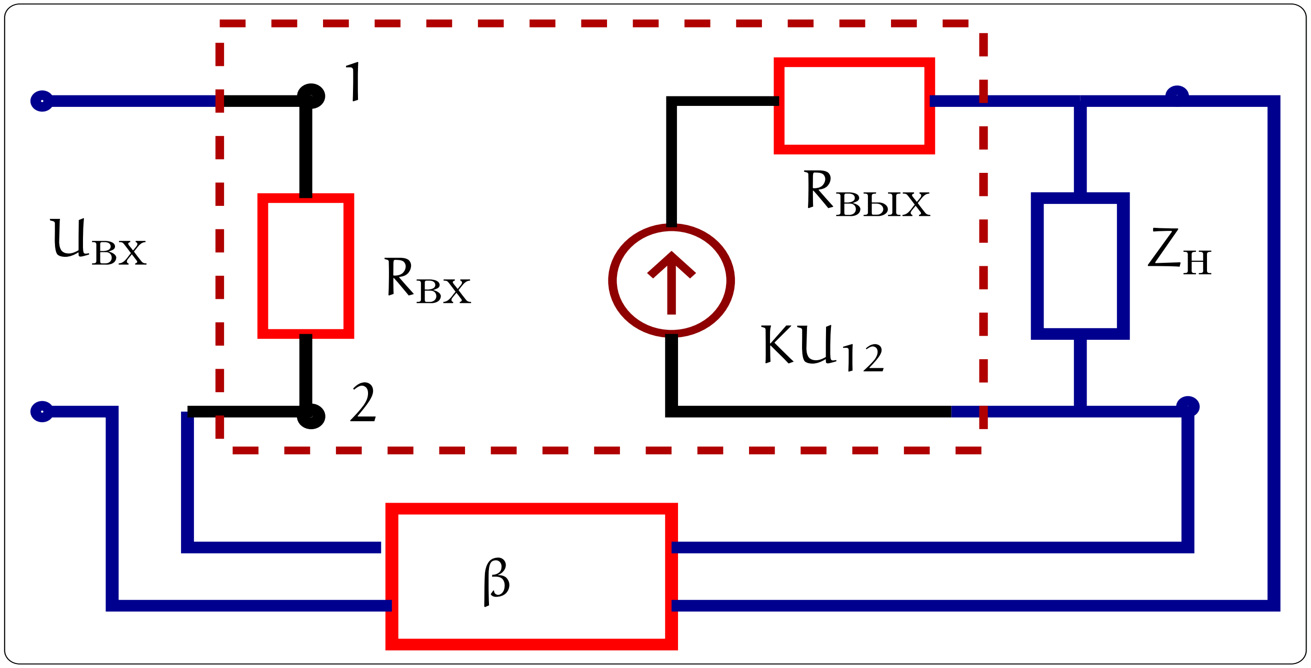
$$\text{С обратной связью:}\quad R^{\beta}_{\text{ВХ}} = \left.\frac{U_{\text{ВХ}}}{I_{\text{ВХ}}}\right|_{\beta}$$

Вывод $R_{\text{вх}}^{\beta}$

$$
\begin{aligned}
U_{12} &= I_{\text{вх}} R_{\text{вх}} = U_{\text{вх}} + \beta U_{\text{вых}}, \\
U_{\text{вых}} &= K\, I_{\text{вх}} R_{\text{вх}}, \\
I_{\text{вх}} R_{\text{вх}} &= U_{\text{вх}} + K\beta\, I_{\text{вх}} R_{\text{вх}}, \\
I_{\text{вх}} R_{\text{вх}} (1 - K\beta) &= U_{\text{вх}}, \\
R_{\text{вх}}^{(\beta)} &= \frac{U_{\text{вх}}}{I_{\text{вх}}} (1 - K\beta).
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{\mathbf{R}_{\text{вх}}^{(\beta)} = \mathbf{R}_{\text{вх}} \left(\mathbf{1} - \mathbf{K}\beta\right)}
$$

Выходное сопротивление в усилителе с ОС



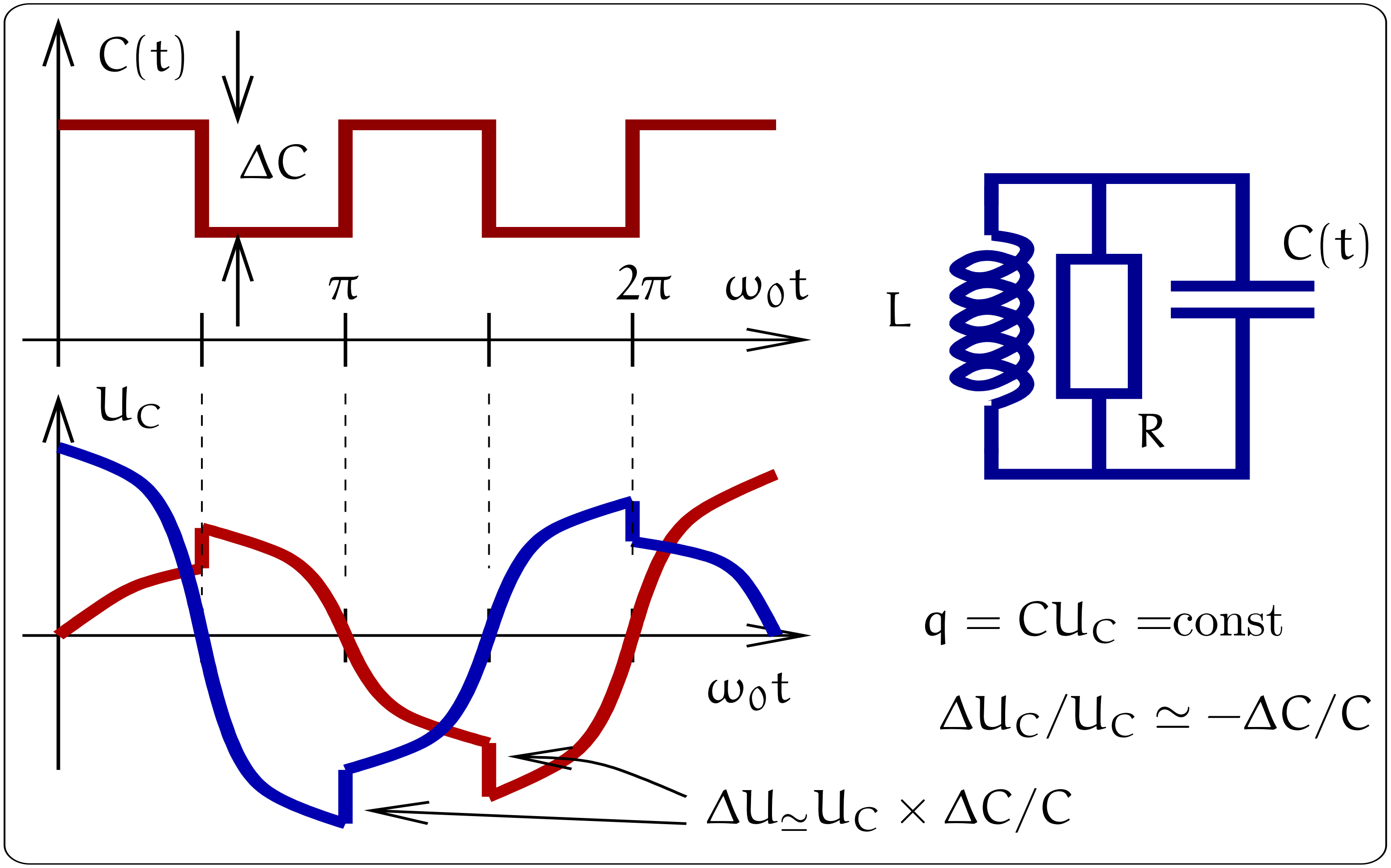
Без обратной связи: $$U_{вых} = KU_{вх}\frac{Z_н}{Z_н + R_{вых}},$$

С обратной связью $$U_{вых} = K_\beta U_{вх}\frac{Z_н}{Z_н + R^\beta_{вых}}$$

$$
\begin{aligned}
U_{12} &= U_{\text{вх}} + \beta U_{\text{вых}},\\
U_{\text{вых}} &= KU_{12}\,\frac{Z_{\text{н}}}{Z_{\text{н}} + R_{\text{вых}}} = K\big(U_{\text{вх}} + \beta U_{\text{вых}}\big)\,\frac{Z_{\text{н}}}{Z_{\text{н}} + R_{\text{вых}}},\\
U_{\text{вх}} &= \frac{U_{\text{вых}}}{K}\left(\frac{Z_{\text{н}} + R_{\text{вых}}}{Z_{\text{н}}} - K\beta\right) =\\
&= \frac{U_{\text{вых}}\big(1 - K\beta\big)}{K}\left(1 + \frac{R_{\text{вых}}}{Z_{\text{н}}\big(1 - K\beta\big)}\right),\\
U_{\text{вых}} &= U_{\text{вх}}\,\frac{K}{\big(1 - K\beta\big)} \times \frac{Z_{\text{н}}}{Z_{\text{н}} + \dfrac{R_{\text{вых}}}{1 - K\beta}},
\end{aligned}
$$

$$
\mathbf{R}_{\text{вых}}^{(\beta)} = \frac{\mathbf{R}_{\text{вых}}}{\mathbf{1} - \mathbf{K}\beta}
$$

Параметрический усилитель



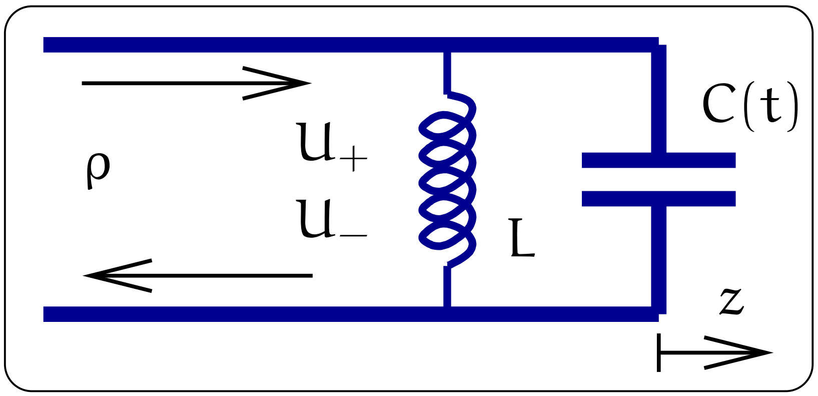
Релаксация за $T/2$: $\left.\dfrac{\Delta U_C}{U_C}\right|_{rel} = -\left(1 - e^{T/2\tau^*}\right) \simeq -\dfrac{T}{2\tau^*} = -\dfrac{\pi}{2Q}$,

Параметрическая подкачка: $\left.\dfrac{\Delta U_C}{U_C}\right|_{param} = \pm\dfrac{\Delta d}{d} = \pm m$,

Полное изменение: $\left.\dfrac{\Delta U_C}{U_C}\right|_{full} = -\dfrac{\pi}{2Q} \pm m$,

Экв. добротность: $\mathbf{Q_{\text{экв}} = \dfrac{Q}{1 \mp 2mQ/\pi}}$

Одноконтурный параметрический усилитель



$$C = C_0(1 + m\sin(2\omega_0 t + \phi)). \tag{7}$$

$$U^+(t) = U_0^+ \sin(\omega_0 t - \omega_0 z/c) \tag{8}$$

$$U^+ + U^- = \frac{q}{C}, \qquad \frac{q}{C} = L\dot{I}, \tag{9}$$

$$\frac{U^+ - U^-}{\rho} = \dot{q} + I. \tag{10}$$

Выражаем I через q (9) и дифференцирем (9, 10):

$$\dot{U}^{+}+\dot{U}^{-} = \frac{\dot{q}}{C}, \tag{11}$$

$$\frac{\dot{U}^{+}-\dot{U}^{-}}{\rho} = \ddot{q}+\frac{q}{LC}. \tag{12}$$

Делим (11) на ρ и скдадываем с (12):

$$\frac{2\dot{U}^{+}}{\rho} = \ddot{q}+\frac{\dot{q}}{\rho C}+\frac{q}{LC} = \tag{13}$$

$$= \ddot{q}+\frac{\omega_0\dot{q}}{Q}+\omega_0^2\Big(1+m\sin\left(2\omega_0 t+\phi\right)\Big)q, \tag{14}$$

$$U^{-} = \frac{q}{C}-U^{+}, \quad \frac{\omega_0}{Q}=\frac{1}{\rho C}, \quad \omega_0^2=\frac{1}{LC} \tag{15}$$

Нет модуляции емкости ($m = 0$):

$$\frac{2\omega_0 U_0^+}{\rho} = \frac{\omega q_0}{\rho C} \quad \Rightarrow \quad q_0 = 2U_0^+ C$$
$$U^- = U_0^+ \sin(\omega_0 t + \omega_0 z/c).$$

Есть модуляция $m \neq 0$. Отбрасываем члены с частотой $3\omega_0$ (Справка: $\sin\alpha\sin\beta = 1/2\big(\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\big)$):

$$\begin{aligned}
\frac{2\dot U^+(t)}{\rho} &= \frac{2\omega_0 U^+}{\rho}\cos\omega_0 t = \\
&= q_0 \sin\omega_0 t\,\Big((-\omega_0^2 + \omega_0^2(1 + m\sin(2\omega_0 t + \phi)\Big) + \\
&\qquad + \frac{\omega_0^2 q_0}{Q}\cos\omega_0 t = \\
&\simeq \frac{\omega_0^2 m\, q_0}{2}\cos(\omega_0 t + \phi) + \frac{\omega_0^2 q_0}{Q}\cos\omega_0 t
\end{aligned}$$

$$\frac{2\omega_0 U^+}{\rho}\ \cos\omega_0 t \simeq \frac{\omega_0^2 q_0}{Q}\left(\frac{mQ}{2}\cos(\omega_0 t+\phi)+\cos\omega_0 t\right)$$

При $\phi = 0$ получаем: $(Q = \rho\omega_0 C_0)$

$$q_0 = \frac{2U_0^+ C_0}{1+mQ/2}, \qquad U^- = \frac{q}{C} - U^+$$

$$U_0^- = U_0^+\left(\frac{2}{1+\dfrac{mQ}{2}} - 1\right)$$

$$U^- = U_0^+\left(\frac{1-\dfrac{mQ}{2}}{1+\dfrac{mQ}{2}}\right)\sin(\omega_0 t+\omega_0 z/c)$$

Амплитуда отраженной волны **меньше** амплитуды падающей.

$$\frac{2\omega_0 U^+}{\rho}\ \cos\omega_0 t \simeq \frac{\omega_0^2 q_0}{Q}\left(\frac{mQ}{2}\cos(\omega_0 t+\phi)+\cos\omega_0 t\right)$$

При $\phi=\pi$ получаем:

$$q_0 = \frac{2U_0^+ C_0}{1-mQ/2},\quad U_0^- = U_0^+\left(\frac{2}{1-\dfrac{mQ}{2}}-1\right)$$

$$U^- = U_0^+\left(\frac{1+\dfrac{mQ}{2}}{1-\dfrac{mQ}{2}}\right)\sin(\omega_0 t+\omega_0 z/c)$$

Амплитуда отраженной волны **больше** амплитуды падающей.

Квантовый осциллятор и сжатые состояния

Когрентные состояния

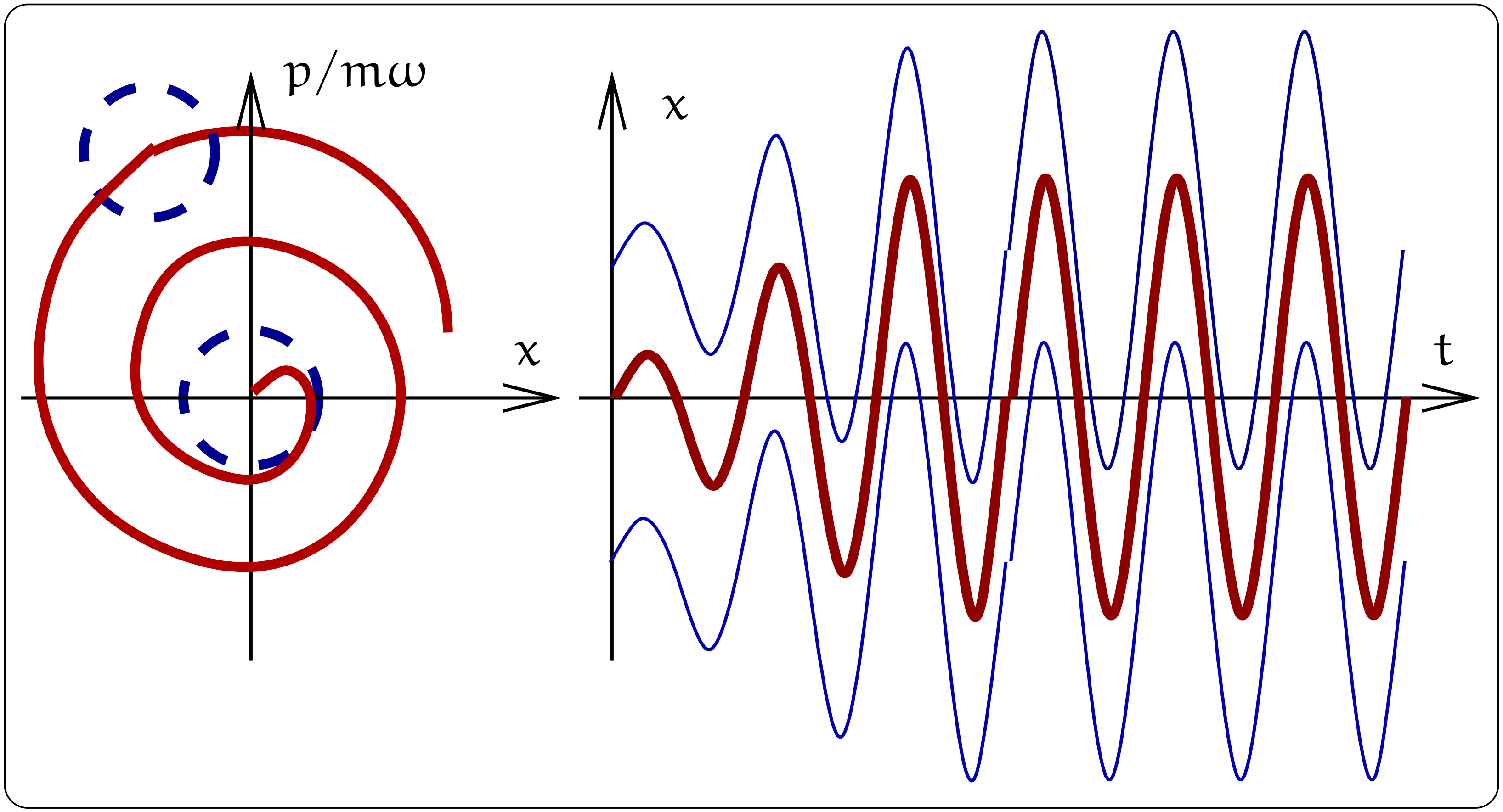
Найдем энергию основного состояния квантового осциллятора:

$$\mathcal{E} = \frac{m\omega^2 x^2}{2} + \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{m\omega^2 \Delta x^2}{2} + \frac{\Delta p^2}{2m} \geq \frac{m\omega^2 \Delta x^2}{2} + \frac{1}{2m} \times \frac{\hbar^2}{4\,\Delta x^2},$$

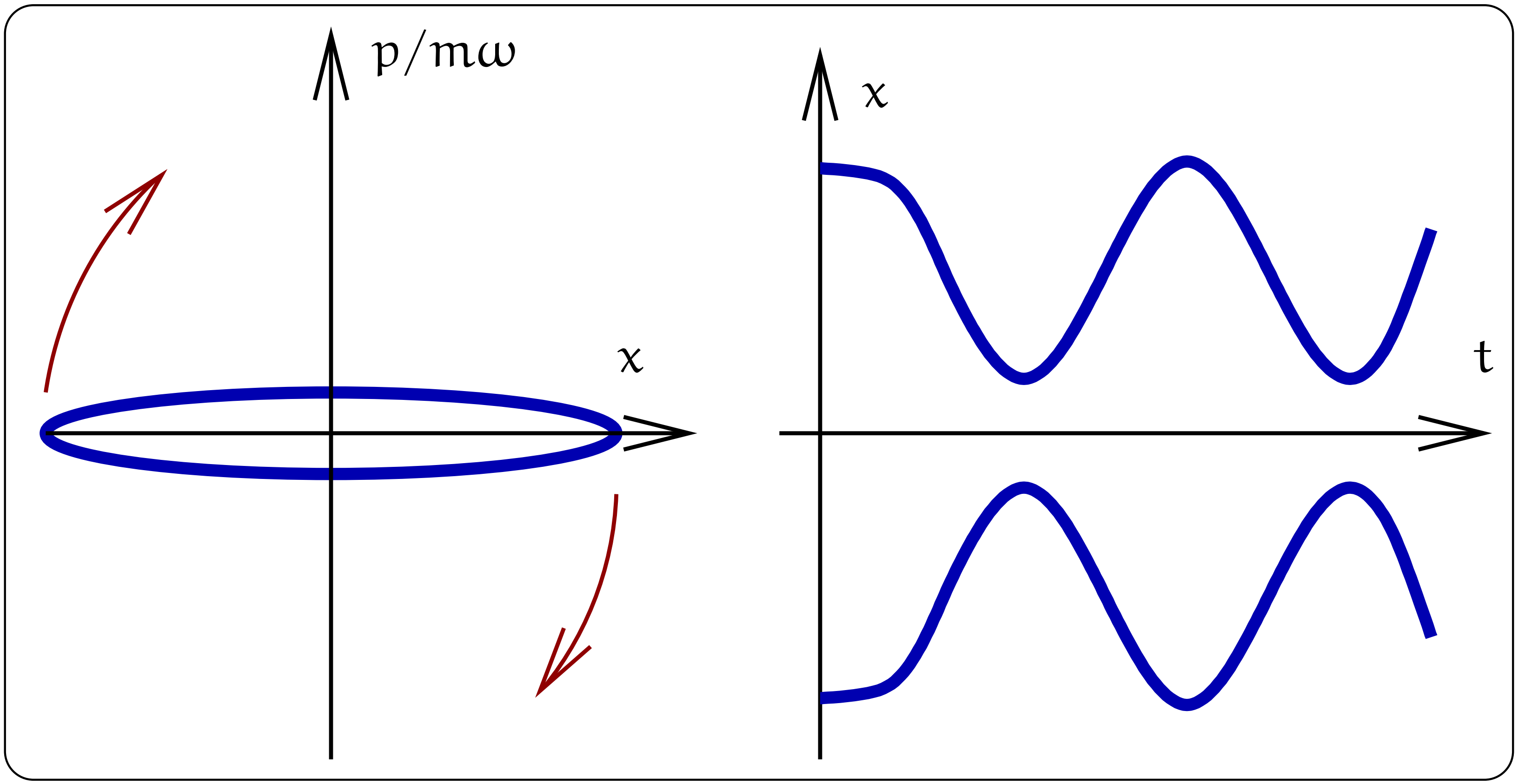
$$\mathcal{E}_{\min} = 2\sqrt{\frac{m\omega^2}{2} \times \frac{\hbar^2}{8m}} = \frac{\hbar\omega}{2}, \qquad \text{при оптимальном} \quad \Delta x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$$

При действии классической силы на осциллятор в основном состоянии **средняя** координата двигается по классической траектории, а **неопределенность** координаты остается Δx_0.

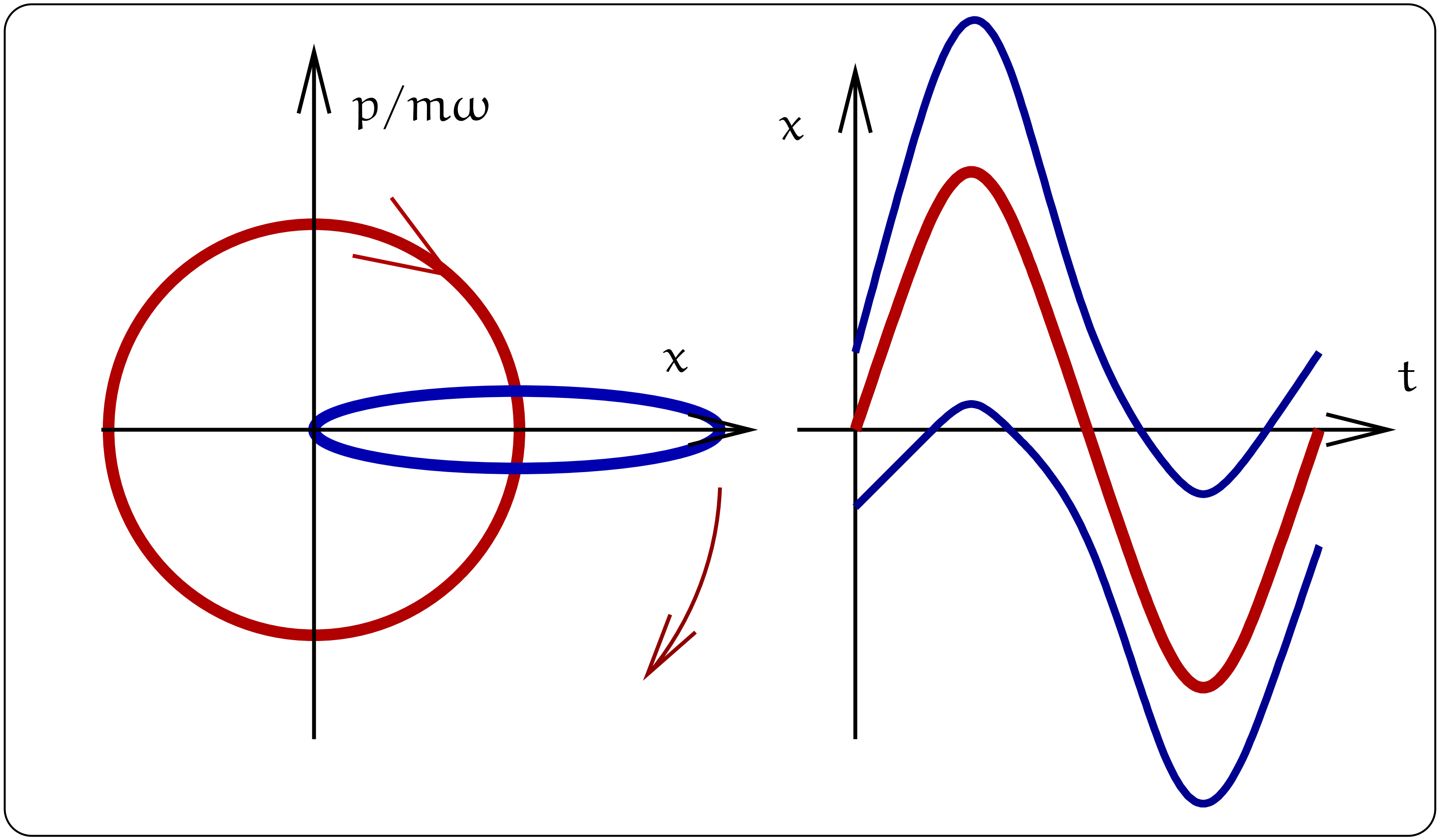
Когерентные состояния



Сжатый вакуум



Сжатые состояния



Достигнуто в оптике (Kimble, Polzik):

$$\frac{\Delta x_0^2}{\Delta x_{\mathrm{squeezed}}^2} \simeq 3$$

Схема эксперимента (нелинейный кристалл: $\epsilon = \epsilon + \chi^{(2)} E$